



Paper ID: A066/p.1

## **Respuesta acústica de un recinto con técnicas computacionales. Introducción de los rayos difusos directos y construcción de su espectrograma**

W. A. Montano

*Laboratorio de mediciones acústicas, ARQUICUST SRL, Lima Perú, waltersoundtech@yahoo.com*

**RESUMEN:** El propósito de cualquier algoritmo para ser utilizado en Simulación Acústica, es el de reducir su tiempo de cálculo ya que para obtener un incremento de su respuesta computacional aumenta el número de rayos involucrados. El esfuerzo para cualquier nueva investigación, consiste en reducir el tiempo de cálculo incrementando el número de rayos que alcanzan al receptor virtual sin que crezca la complejidad de los algoritmos. Cuando un rayo impacta sobre una superficie parte de la energía será reflejada, y una porción determinada será distribuida como energía difusa. El algoritmo propuesto asume que al menos un rayo difuso directo (RDD) arriba al receptor. Cuando un rayo de orden  $n$  impacta, adiciona  $n-1$  rayos difusos; por ejemplo, un rayo de orden  $n=10$  provee 9 rayos más ( $10-1$ ), etc. Se utiliza el Principio de Inducción Matemática para encontrar un algoritmo de iteración simple para calcular los RDD en recintos 3D. Este método no incrementa la complejidad final del algoritmo, por el contrario, brinda mayor precisión en la determinación de las reflexiones tardías. El objetivo de esta idea es la de presentar una hipótesis que pueda ser utilizada en cualquier algoritmo y para recintos no paralelepípedos, aplicando el criterio de los RDD.

**KEYWORDS:** Computer Acoustic Simulation, Room Acoustic.

## 1. INTRODUCCIÓN

Uno de los trabajos tempranos en formalizar el método de imágenes especulares (MIE) [1] estaba limitado a que la fuente estuviera en el vértice central de un cubo; con el advenimiento de la computadora a principio de los '50 este método comenzó a ocupar a los especialistas [2], y no fue hasta fines de los '60 que dicho método se presentó con un algoritmo matemático que podía calcular los rayos [3].

Los siguientes trabajos en importancia son [4] [5] [6] y [7]. Al extender el MIE de recintos paralelepípedos a recintos con formas "arbitrarias", la complejidad computacional crece en forma casi exponencial con el número de rayos.

Muchos métodos se han desarrollado para reducir el costo computacional de los algoritmos, recurriéndose siempre a una evaluación continua del MIE para luego extenderlos a recintos con cualquier tipo de geometría.

La reducción del estudio de la respuesta de los recintos utilizando los principios de la óptica geométrica está muy justificado en [6], donde la trayectoria de los rayos siempre se calculan de acuerdo a la Segunda Ley de Óptica [8] [9].

En [10] se presenta una mejora al algoritmo tradicional del MIE donde utilizando el Principio de Inducción Completa (PIC) se puede reducir el orden computacional del algoritmo (OCA) [11] [12] cercano a  $O(n^3)$ .

Puesto que para la obtención computacional simulada de un recinto es necesario calcular un número muy alto de rayos, en este trabajo se presenta una extensión del MIE para incrementarlos sin aumentar sustancialmente el OCA. Utilizando el criterio de la difusión al MIE y aplicando el PIC se demostrará la premisa anterior.

## 2. MÉTODO DE IMÁGENES ESPECULARES TRADICIONAL

Al rotar sucesivamente en  $180^\circ$  cada imagen especular del recinto original [10], se va formando un grafo reticulado con la expansión del mismo, donde en cada una de la imágenes (Fig. 1) se identifica la fuente emisora virtual (FEV).

x	x	x	x	x	x	x
x	x	x	x	x	x	x
x	x	x	x	x	x	x
		(0,0,0)				
x	x	x	x	x	x	x
x	x	x	x	x	x	x
x	x	x	x	x	x	x
x	x	x	x	x	x	x

Figura 1: *Retícula especular de un recinto*

La longitud de la recta perteneciente a la trayectoria de cada rayo se calcula con diferentes algoritmos [10] [4], basado en la proyección ortogonal de los mismos (Fig. 2) donde debe construirse un grafo reticulado en  $\mathcal{R}^3$ , es decir, con imágenes en los ocho octantes.

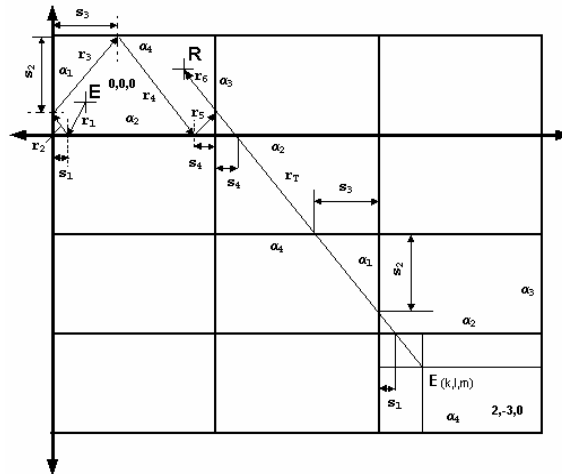


Figura 2: Proyección ortogonal de la trayectoria de un rayo especular

### 3. EXTENSIÓN DEL MÉTODO DE IMÁGENES ESPECULARES

#### 3.1 Aproximación al problema

Como se observa en la Fig. 2, el rayo total es igual a

$$\Gamma_T = \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3 + \Gamma_4 + \Gamma_5 + \Gamma_6 \tag{1}$$

siendo los rayos  $r_1 \dots r_6$  emitidos por sus FEV respectivas, según se muestra en la Fig. 3,

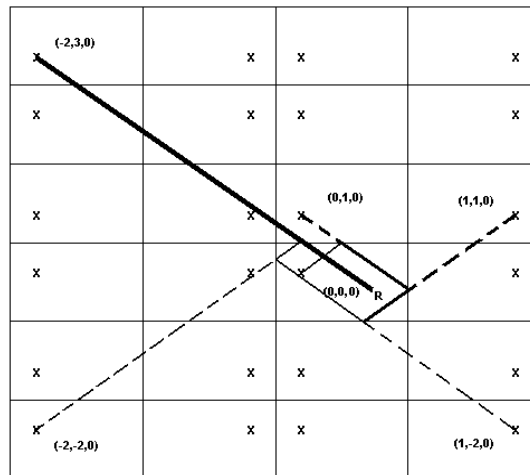


Figura 3: Rayos especulares provenientes de sus fuentes virtuales

esto es debido al comportamiento recursivo del desdoblamiento sucesivo del paralelepípedo.

Un método para calcular la trayectoria de los haces utiliza modelos híbridos partiendo del MIE, donde desde el emisor de la ubicación (0,0,0) parte un gran número de rayos, con direcciones aleatorias, hasta encontrar un receptor virtual; una vez que el algoritmo satisfizo dicha condición, calcula su longitud total y todos los puntos (x,y,z) de impacto en las distintas superficies del recinto.

### 3.2 Limitación de los modelos de simulación por computadora

Para la obtención de una respuesta simulada de impulso, de un recinto modelado por computadora, es necesario calcular miles haces de rayos, como forma de poder considerar el comportamiento en todos los puntos de las superficies del mismo.

Los esfuerzos de las investigaciones en el campo de la Acústica Geométrica, subyace en la reducción del OCA desarrollando algoritmos que simplifiquen los cálculos de las trayectorias, validar imágenes especulares, cálculos de los puntos (x,y,z) de impacto en las superficies, etc.

Además debe considerarse que la complejidad de los algoritmos aumenta y el orden de los cálculos tiene una explosión exponencial que crece con el número de superficies [7],

$$N = \sum_{k=0}^{i-1} n_w (n_w - 1)^k = \frac{n_w}{n_w - 2} [(n_w - 1)^i - 1] \quad (2)$$

el número de fuentes virtuales hasta el orden  $i$  de un recinto con  $n_i$  superficies crece exponencialmente con  $i$ , según vemos en (2).

Dependiendo de la geometría del recinto a simular, una simulación puede tomar desde algunos minutos hasta varias horas [13].

## 4. IMPLEMENTACIÓN DE LA DIFUSIÓN EN EL MÉTODO DE IMÁGENES ESPECULARES

La propuesta de este trabajo es la de introducir la idea de la difusión en el MIE.

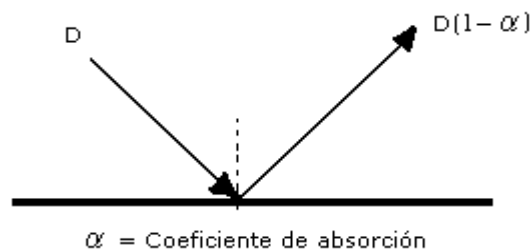


Figura 4: Energía de un rayo incidente vs. rayo reflejado

La acústica geométrica asume que cuando un haz de rayos parte desde un emisor, al impactar cada rayo incidente sobre una superficie, una parte de su energía  $D$  es absorbida y existe un solo rayo reflejado.

### 4.1 Interpretación de la difusión

Cuando un rayo incide sobre una superficie, la mayor parte de la energía no absorbida será transmitida al rayo reflejado, y una determinada porción de la energía no absorbida ni reflejada estará distribuida en una serie de rayos difusos que parten del punto de impacto del rayo incidente,

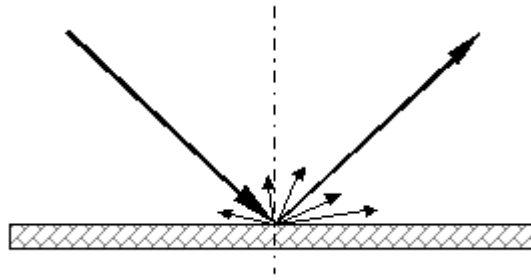


Figura 5: *Rayo especular y difusos reflejados en una superficie*

como observamos en la Fig. 5. No es aquí donde vamos a tratar la Teoría de la Difusión Acústica, sino todo lo contrario.

Cuando en un recinto tenemos una fuente que emite señales acústicas, el receptor va a recibir una señal de campo directo (libre de reflexiones), las reflexiones tempranas, el campo reverberante y una cola de decaimiento, y también un campo difuso, que es el generado por los sucesivos impactos de las ondas acústicas sobre la superficies.

Esto quiere decir que una cierta energía acústica, producto de la difusión, arriba al receptor, y dichos rayos difusos no cumplen la Segunda Ley de Óptica puesto que son los reflejados y sus ángulos no son bisectrices al incidente.

#### 4.2 Aproximación de la difusión con el Método de Imágenes Especulares

La propuesta consiste en introducir el cálculo de las trayectorias de los rayos difusos, pero solamente de aquellos que arriban al receptor.

En la Fig. 2 se encuentra el desarrollo del grafo reticulado en  $\mathcal{R}^2$  de un recinto con uno de los rayos que parten de un emisor virtual al receptor (0,0,0); en las Fig. 1 y 3 se observa que en cada imagen especular solamente se coloca la posición de los emisores virtuales.

Ahora bien, para calcular los rayos difusos se debe conocer la posición del receptor, pero como cada impacto pertenece a una y sólo una imagen especular dicho receptor también será virtual.

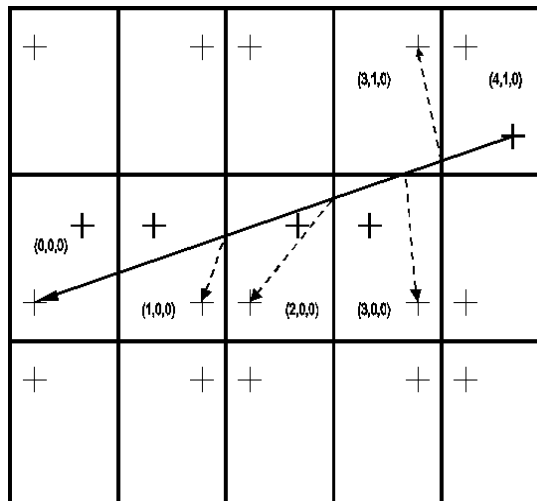


Figura 6: *Retícula de una rayo especular y sus rayos difusos directos a receptores virtuales*

Analizando la Fig. 6, vemos que por cada impacto del rayo acústico sobre una superficie, parte un rayo difuso hacia un receptor virtual. Como cada uno de los recintos especulares se encuentran desarrollados dentro de un grafo reticulado, se dificulta la comprensión de la

utilización del concepto de la difusión en el MIE. Como el desdoblamiento del recinto se realiza a los efectos de simplificar la visualización para comprender este método entonces, se debe representar solamente el recinto que está en el origen, es decir, la posición (0,0,0), con la trayectoria de un rayo dentro del mismo.

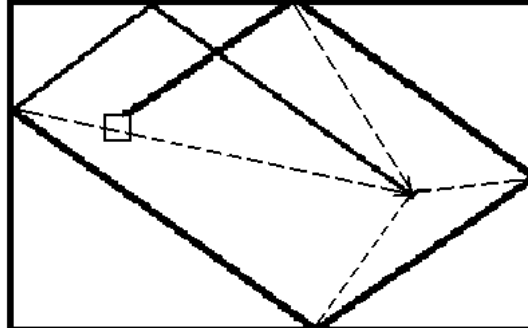


Figura 7: Representación de la trayectoria de un rayo especular y sus rayos difusos directos

En la Fig. anterior, las líneas llenas representan a un rayo de orden 5, donde sus impactos cumplen con la Segunda Ley de Óptica, y las líneas de trazos representan a los rayos difusos que llegan al receptor, que no la cumplen. El recinto graficado corresponde al de la Fig. 3.

### 4.3 Resolución del problema

Para hallar la longitud total de cada una de las rectas es necesario conocer los puntos (x,y,z) de impacto en cada una de las superficies y luego, aplicando Pitágoras, calcular su distancia en  $\mathcal{R}^3$ . Para hallar el punto x, se plantea la siguiente ecuación, como tenemos que encontrar el punto de intersección de la recta que pertenece al rayo y la superficie, calculamos el segmento,

$$x_1 = 2 \cdot b - (r' + R_y) \tag{3}$$

en la Fig. 8 se puede observar el planteo del problema. Puesto que la solución tiene que ser genérica, sustituimos en (3) algunos de los términos,

$$x_1 = (l + 1) b - (r' + R_y) \tag{4}$$

siendo (k,l,m) la posición del recinto virtual, y  $(R_x, R_y, R_z)$  la ubicación (x,y,z) del receptor

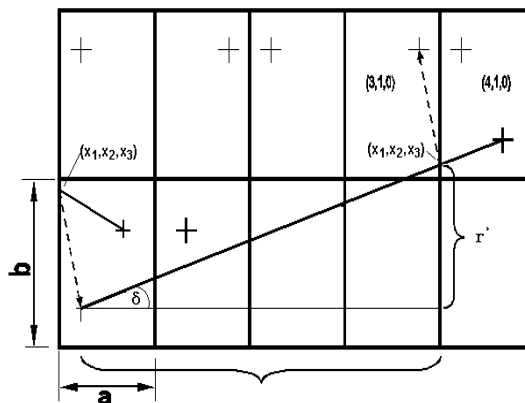


Figura 8: Modelo geométrico para el cálculo de la trayectoria de un rayo difuso directo

entonces, el segmento  $r'$  estará definido por (5) y (6), siendo  $d_x$   $d_y$   $d_z$  la proyección cartesiana de la distancia de los puntos  $(x,y,z)$  de la FEV y el receptor en  $(0,0,0)$  [10]; sustituimos en (4) el valor de  $r'$

$$r' = (k.a - R_x) \operatorname{tg} \delta \quad (5)$$

$$\operatorname{tg} \delta = d_y / d_x \quad (6)$$

$$x_1 = (l + 1) b - [(k.a - R_x)(d_y / d_x) + R_y] \quad (7)$$

Para hallar los puntos en el eje  $y$ , utilizamos el PIC

$$y_1 = (k + 1) a - [(l.b - R_y)(d_x / d_y) + R_x] \quad (8)$$

$$z_1 = (k + 1) a - [(m.h - R_z)(d_x / d_z) + R_x] \quad (9)$$

$$z_1 = (l + 1) b - [(m.h - R_z)(d_y / d_z) + R_y] \quad (10)$$

Aplicando Pitágoras para hallar la longitud de cada una de las trayectorias nos quedará

$$r_1 = \sqrt{(E_x - x')^2 + (E_y - y')^2 + (E_z - z')^2} + \sqrt{(R_x - x')^2 + (R_y - y')^2 + (R_z - z')^2} \quad (11)$$

$$r_n = \sqrt{(E_x - x^n)^2 + (E_y - y^n)^2 + (E_z - z^n)^2} + \sqrt{(R_x - x^n)^2 + (R_y - y^n)^2 + (R_z - z^n)^2} \quad (12)$$

siendo  $(E_x, E_y, E_z)$  la ubicación  $(x, y, z)$  del emisor.

## 5. VALIDACIÓN DEL MÉTODO

### 5.1 Cálculo de la cantidad de rayos difusos

Los rayos difusos que arriban al emisor, comienzan a generarse cuando el número de impactos es mayor a dos, por lo tanto, la cantidad de rayos difusos que va a proporcionar una FEV será igual al número de impacto ( $n_i$ ) menos 1. En [10] se presentan tablas donde está la cantidad de rayos de un cubo de orden  $n$ , de acuerdo a su  $n_i$

Tabla 1: Cantidad de rayos especulares respecto al número de impactos

	$n_i = 1$	$n_i = 2$	$n_i = 3$
estrato 0	4	4	0
estrato +/- 1	1+1	4+4	4+4
total	6	12	8

La Tabla 1 muestra los rayos que existen en un cubo de orden 1. Para conocer la cantidad total de rayos difusos de dicho cubo se deberá realizar la sumatoria sucesiva de los rayos difusos por cada uno de los rayos de las FEV

$$C_{TD} = \sum_{n_i=2}^{n_i=n_{\max}} C_{T[n_i]} (n_i - 1) \quad (13)$$

donde  $C_{T[n_i]}$  es la cantidad de trayectorias total por cada orden de impacto.

Tabla 2: *Cantidad de rayos especulares para cubos de distinto orden*

	$n_i = 1$	$n_i = 2$	$n_i = 3$	$n_i = 4$	$n_i = 5$	$n_i = 6$
0	4	8	8	4	0	0
+/- 1	1+1	4+4	8+8	8+8	4+4	0
+/- 2	0	1+1	4+4	8+8	8+8	4+4
total	6	18	32	36	24	8

La Tabla 2 muestra las trayectorias para un cubo de orden 2. Nuevamente utilizamos el PIC para inferir la cantidad total de trayectorias difusas que aportará este nuevo método

Tabla 3: *Resumen de la cantidad de rayos especulares y difusos directos*

Orden del cubo	Rayos especulares	Rayos difusos	Total rayos
1	26	24	50
2	124	326	450
3	342	1.422	1.764
4	728	4.012	4.740
5	1.330	9.952	11.282

Aquí se pone en manifiesto la importancia de considerar los rayos difusos que se generan por cada uno de los impactos sobre las superficies. Para simular un recinto paralelepípedo con un cubo de orden 5, el  $n_i$  máximo será de 15 y producirá 1.330 rayos virtuales y 9.952 rayos difusos, obteniéndose un total de 11.282 rayos.

#### 4.2 Método numérico para la formulación de las ecuaciones canónicas

Todas las ecuaciones se encuentran resueltas con procedimientos en lenguaje C, el código no se presenta debido a la extensión del mismo.

### 5. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

Es evidente que el aporte de la Teoría de la Difusión en el MIE es de gran relevancia, porque aumenta en forma considerable el número de rayos para obtener una simulación acústica geométrica de un recinto.

Si bien se debe considerar el tiempo computacional para el cálculo de las nuevas trayectorias, éste no crecerá exponencialmente, de acuerdo a (2), porque el tiempo

computacional no depende de éstos algoritmos sino de la cantidad de superficies y del  $n_i$  máximo.

Si extendemos el concepto de este método a recintos con geometrías arbitrarias tampoco incrementará sustancialmente el tiempo computacional, porque una vez que esté validada la trayectoria simplemente hay que encontrar la longitud entre el punto de impacto y el receptor.

Aquí no está considerada cuánta energía se le asignará a este nuevo rayo, obviamente dependerá de incorporarle o no la Teoría de la Difusión o asignarle un coeficiente determinado de acuerdo al material donde impacte.

La respuesta de impulso de un recinto, utilizando este concepto, mejorará porque cuando se construye el espectro se está adicionando una considerable cantidad de información acústica producto de la difusión; para el caso del cubo de orden 5 la cantidad de rayos difusos supera en más de 8 veces los rayos virtuales calculados según el MIE tradicional.

El trabajo a concluir, es el de incorporar las rutinas escritas en lenguaje C al Csound<sup>1</sup>, que es el programa de sintetizado de audio digital utilizado para la auralización de todos los proyectos e investigaciones llevados a cabo por el autor de este trabajo.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] C. F. Eyring, "Reverberation Time in 'Dead' Rooms" JASA 1, 217-241 (1930).
- [2] V. O. Knudsen, C. M. Harris, "Acoustical Designing in Architecture" (John Wiley & Sons Inc. 5<sup>th</sup> ed. 1959 USA) pp. 49-51.
- [3] A. Krokstadt, S. Strom, S. Sorsdal, "Calculating the acoustical room response by the use of a ray tracing technique," J. Sound Vib. 8, 118 (1968).
- [4] J. B. Allen & D. A. Berkley "Image method for efficiently simulating small-room acoustics" JASA 65, 943-950 (1979).
- [5] J. Borish "Extension of the image model to arbitrary polyhedra" JASA 75, 1827-1836 (1984).
- [6] H. Kuttruff, "Room Acoustics" (Elsevier Science Publisher Ltd. 3<sup>rd</sup> ed. Great Britain, 1991) pp. 81-99.
- [7] M. Vorländer "Simulation of the transient and steady-state sound propagation in rooms using a new combined ray-tracing/image-source algorithm" JASA 86, 172-178 (1989).
- [8] O.S. Heavens, R.W. Ditchborn, "Insight into Optics" (John Wiley & Son Ltd., England, 1993 Edition).
- [9] H.D. Young, R.A. Freedman "University Physics" (Addison-Wesley Publishing Company, Inc. USA 1996 9<sup>th</sup> Edition).
- [10] W. A. Feo Rodríguez "Cálculo de trayectorias de haces de rayos utilizando el método de imágenes especulares en recintos acústicos" AES Argentina, 2002.
- [11] A.V. Aho, J.E. Hopcroft, J.D. Ullman, "The Design and Analysis of Computer Algorithms" (Addison-Wesley Publishing Co, USA 1974).
- [12] D.E. Knuth "The Art of Computer Programming" (Addison-Wesley, Reading, MA, 1973) 2<sup>nd</sup> ed.
- [13] M. Vorländer "International Round Robin on Room Acoustical Computer Simulation" 15<sup>th</sup> International Congress on Acoustics, Norway June 1995.
- [14] M. Gretchen Iorio & C. E. B. "The Grammar Cracker. Unlocking English Grammar" Vocalist Ltd. CD ROM. USA, 2001.

<sup>1</sup> Csound es marca registrada del Instituto Tecnológico de Massachusetts, desarrollado en el Media Lab por Barry Vercoe y otros. Csound es un sintetizador de audio digital escrito en lenguaje C, cuyo código está abierto y es de libre difusión. Está permitido su uso para fines educativos y de investigación, su uso comercial está penado.